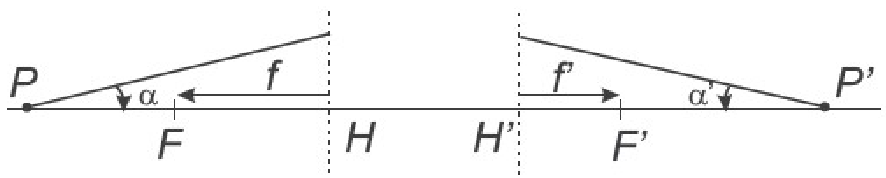
Geometrická optika sférických ploch

Znaménková konvence



Obr. 10.5 Ilustrace znaménkové konvence. Paprsek vycházející z bodu P dopadá po průchodu optickou soustavou do bodu P'. H, H' jsou předmětový, resp. obrazový hlavní bod, od nichž se měří předmětová ohnisková vzdálenost f, resp. obrazová ohnisková vzdálenost f'. Podle konvence je na obrázku vzdálenost f' kladná, f záporná, úhel α záporný, úhel α' kladný

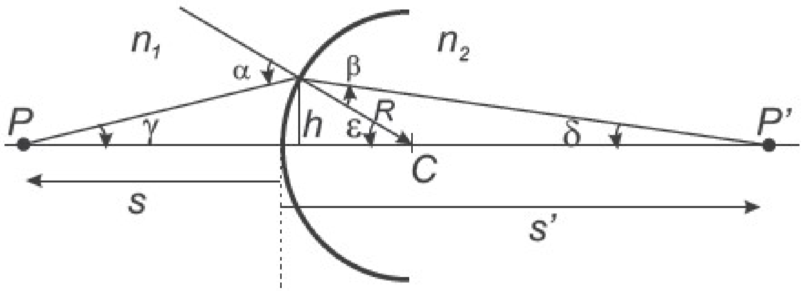
Kladné jsou všechny dráhy a úsečky odměřované od vztažného bodu ve směru šíření světelných paprsků a od vztažného bodu směrem nahoru. Schémata se zakreslují tak, že světlo se šíří zleva doprava, po odraze na zrcadle může být ovšem směr opačný. Vzdálenosti se znázorňují orientovanými úsečkami s počátkem ve vztažném bodě. Vztažnými body jsou:

1. pro kulové plochy body na ploše (poloměr křivosti je orientován od bodu na ploše do středu křivosti plochy);
2. pro ohniskové vzdálenosti příslušné hlavní body (ohnisková vzdálenost je orientována od hlavního bodu k ohniskovému bodu);
3. pro souřadnice bodů počátky odpovídajících souřadných systémů, obvykle buď hlavní body, nebo ohniska. Souřadnice v souřadném systému s počátkem v hlavním bodě se označují malými písmeny, tj. x, y, z, v souřadném systému spojeném s ohnisky velkými písmeny, tj. X, Y, Z. Pro souřadnici z měřenou od hlavního bodu se často z historických důvodů používá označení a. U kulových ploch se často měří vzdálenost od vrcholu lámavé plochy (vztažný bod), která se označuje s.

Úhly se měří od vztažného ramene k druhému rameni. Pokud postupujeme od vztažného ramene k druhému rameni v kladném smyslu (proti směru pohybu hodinových ručiček), je úhel kladný. Vztažným ramenem je:

1. pro úhly dopadu kolmice dopadu,
2. pro úhly paprsků a poloměrů křivosti paprsky a poloměry křivosti (například úhel, který svírá paprsek s osou soustavy se měří od paprsku k ose).

Abbeův invariant



Paraxiální aproximace

$$\alpha = -\gamma + \varepsilon$$

$$\varepsilon = \beta + \delta \ .$$

$$n_1 \alpha = n_2 \beta$$

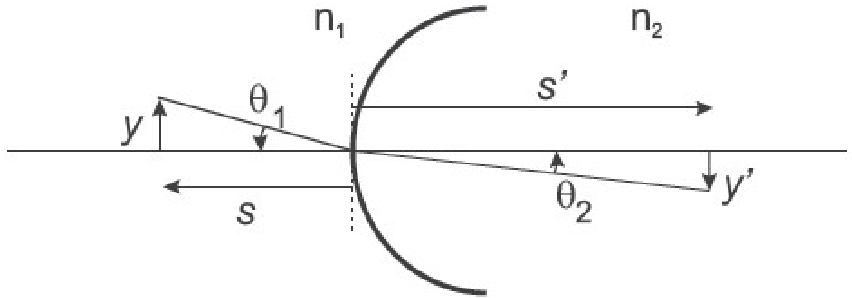
$$\gamma \approx tg\,\gamma = \frac{h}{s}$$

$$\varepsilon \approx tg\,\varepsilon = \frac{h}{R} \ .$$

$$n_1(-\gamma + \varepsilon) = n_2(\varepsilon - \delta)$$

$$\delta \approx tg\,\delta = \frac{h}{s'}$$

$$n_1\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{R}\right) = n_2\left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{R}\right)$$



Obr. 10.7 K výkladu příčného zvětšení při lomu na kulové ploše

$$\theta_1 = \frac{y}{-s},$$

$$\theta_2 = \frac{-y'}{s'}.$$

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2 . \longrightarrow \beta_0 = \frac{y'}{y} = \frac{n_1}{n_2} \frac{s'}{s}$$

Příčné zvětšení

Kardinální body optické soustavy

Ohniskové body, hlavní body, uzlové body

Průsečíky sdružených „hlavních rovin“ s osou soustavy- definované $\beta_0 = 1$

Průsečíky „ohniskových rovin“ s osou soustavy, ohniskové roviny sdružené s „nekonečny“

U kulové plochy hlavní „roviny“ tečné k vrcholu plochy: $H = H'$

Poloha ohnisek: $$n_1\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{R}\right)=n_2\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{R}\right)$$

$$s \to -\infty \qquad s'_{F'} = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \qquad\qquad s' \to \infty \quad s_F = \frac{n_1 R}{n_1 - n_2}$$

Ohniskové vzdálenosti, Od hlavních bodů k ohniskům

$$f = s_F - s_H \qquad\qquad f = \frac{n_1 R}{n_1 - n_2};$$

$$f' = s'_{F'} - s'_{H'} \qquad\qquad f' = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$$

Zobrazovací rovnice

$$n_1\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{R}\right)=n_2\left(\frac{1}{s'}-\frac{1}{R}\right) \longrightarrow \frac{\frac{n_1 R}{n_1-n_2}}{s}-\frac{\frac{n_2 R}{n_1-n_2}}{s'}=1$$

$$\frac{f}{s}+\frac{f'}{s'}=1$$

$$\frac{f}{a}+\frac{f'}{a'}=1$$

Gaussův tvar *zobrazovací rovnice*.

$$\beta_0=\frac{y'}{y}=\frac{n_1}{n_2}\frac{a'}{a}$$

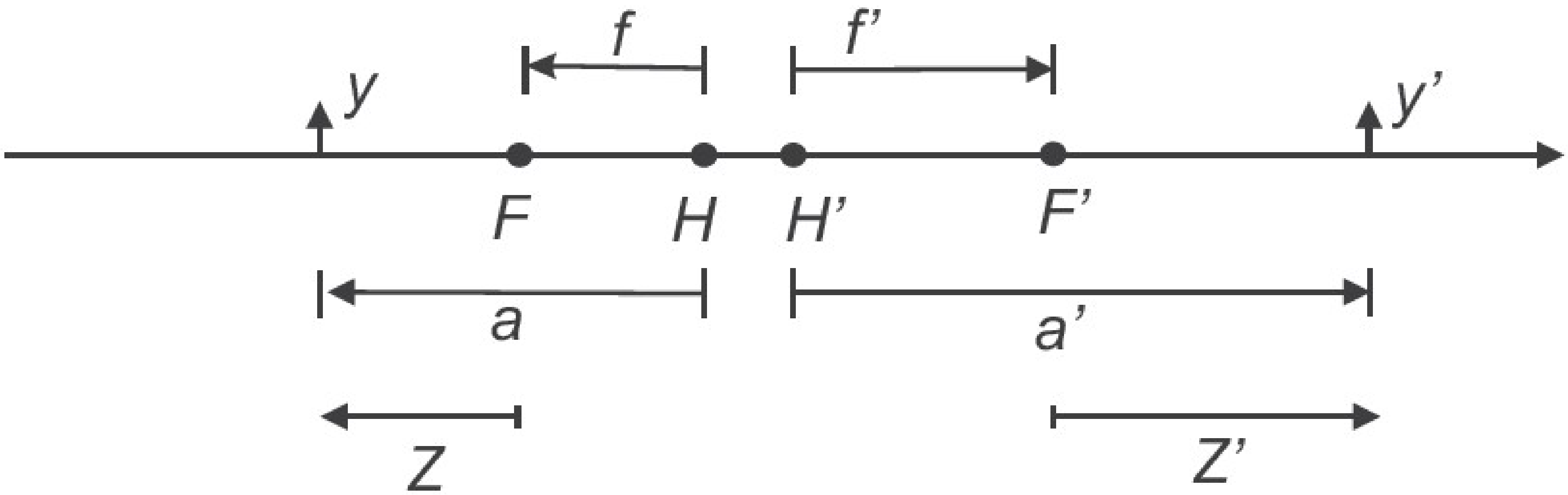
Vzdalenosti od hlavních bodů a

Vzdálenosti od hlavních bodů a

Vzdálenosti od ohniskových bodů Z

$$a = f + Z$$

$$a' = f' + Z'$$



$$Z\,Z' = f\,f'$$

$$\beta_0 = \frac{Y'}{Y} = \frac{n_1}{n_2}\frac{Z' + f'}{Z + f}$$

$$\beta_0 = \frac{Y'}{Y} = -\frac{Z'}{f'} = -\frac{f}{Z}$$

Newtonovy zobrazovací rovnice.

Zrcadlové plochy

Vztahy jako pro kulové rozhraní, ale $n_1 = -n_2$

Polohy ohniskových bodů

$$s'_{F'} = f' = \frac{R}{2} ;$$

$$f = f'$$

$$s_F = f = \frac{R}{2} .$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{R}$$

vypuklá (konvexní) a dutá (konkávní).

zrcadla vypuklá $R>0$ zrcadla dutá je $R<0$

Předmět před zrcadlem $a<0$.

vypuklá zrcadla $a'>0$ $\beta_0 > 0$

dutá zrcadla pro $|a|>\left|\frac{R}{2}\right|$ je $a'<0$ $\beta_0 < 0$

$|a|<\left|\frac{R}{2}\right|$ je $a'>0$, a $\beta_0>0$

Zvětšení při optickém zobrazení

Příčné zvětšení

$$\beta_0 = \frac{Y'}{Y} = -\frac{Z'}{f'}, \text{ resp. } \beta_0 = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{f'}\frac{a'}{a}$$

Hlavní roviny jsou definovány podmínkou $\beta_0 = 1$

Úhlové zvětšení

$$\gamma_0 = \frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{f}{Z'}, \text{ resp. } \gamma_0 = \frac{\operatorname{tg}\alpha'}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{a}{a'}$$

Uzlové body jsou určeny podmínkou $\gamma_0 = 1$

Podélné zvětšení

$$\alpha_0 = \frac{dZ'}{dZ} \qquad \frac{dZ'}{dZ} = -\frac{Z'}{Z}$$

Platí:

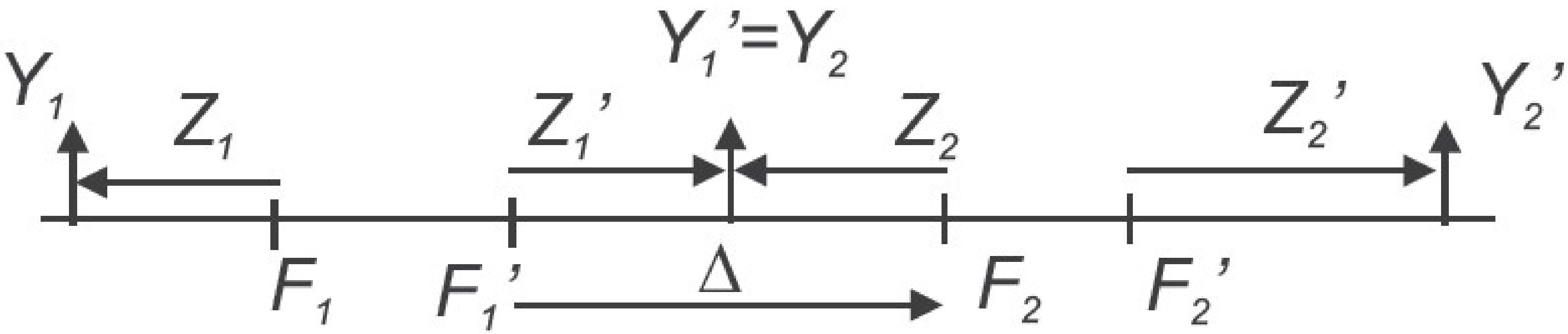
$$\alpha_0 \gamma_0 = \beta_0$$

Pro častý případ $f = -f'$ pak platí

$$\gamma_0 = \frac{1}{\beta_0},$$

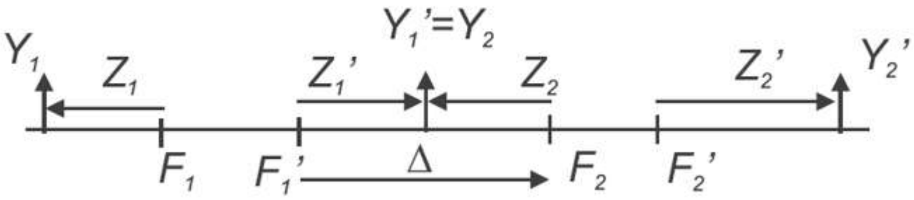
$$\alpha_0 = \beta_0^2.$$

Kombinace dvou zobrazení



Obr. 10.9 Kombinace dvou zobrazení

$$Z_1' - Z_2 = \Delta$$ Optický interval



$$Z_1 Z_1' = f_1 f_1',$$

$$Z_2 Z_2' = f_2 f_2'.$$

$$Z_2 = \frac{f_1 f_1'}{Z_1} - \Delta, \qquad Z_1' - Z_2 = \Delta$$

$$Z_1 \to -\infty \quad Z'_{2F'} = -\frac{f_2 f_2'}{\Delta}$$

$$Z_2' = \frac{f_2 f_2'}{\dfrac{f_1 f_1'}{Z_1} - \Delta}.$$

$$Z_2' \to \infty \qquad Z_{1F} = \frac{f_1 f_1'}{\Delta}$$

$$\frac{Y_1'}{Y_1} = -\frac{Z_1'}{f_1'}$$

$$\frac{Y_2'}{Y_2} = -\frac{Z_2'}{f_2'}$$

$$\frac{Y_2'}{Y_1} = \frac{Z_2' Z_1'}{f_2' f_1'} = \frac{f_2 f_2' \dfrac{f_1 f_1'}{Z_1}}{f_2' f_1' \left(\dfrac{f_1 f_1'}{Z_1} - \Delta \right)}$$

$$Z_{1H} = \frac{f_1 f_1' - f_1 f_2}{\Delta}$$

Hlavní body $\dfrac{Y_2'}{Y_1} = 1$

$$Z'_{2H'} = \frac{f_2' f_1' - f_2 f_2'}{\Delta}$$

$$f = Z_{1F} - Z_{1H}$$

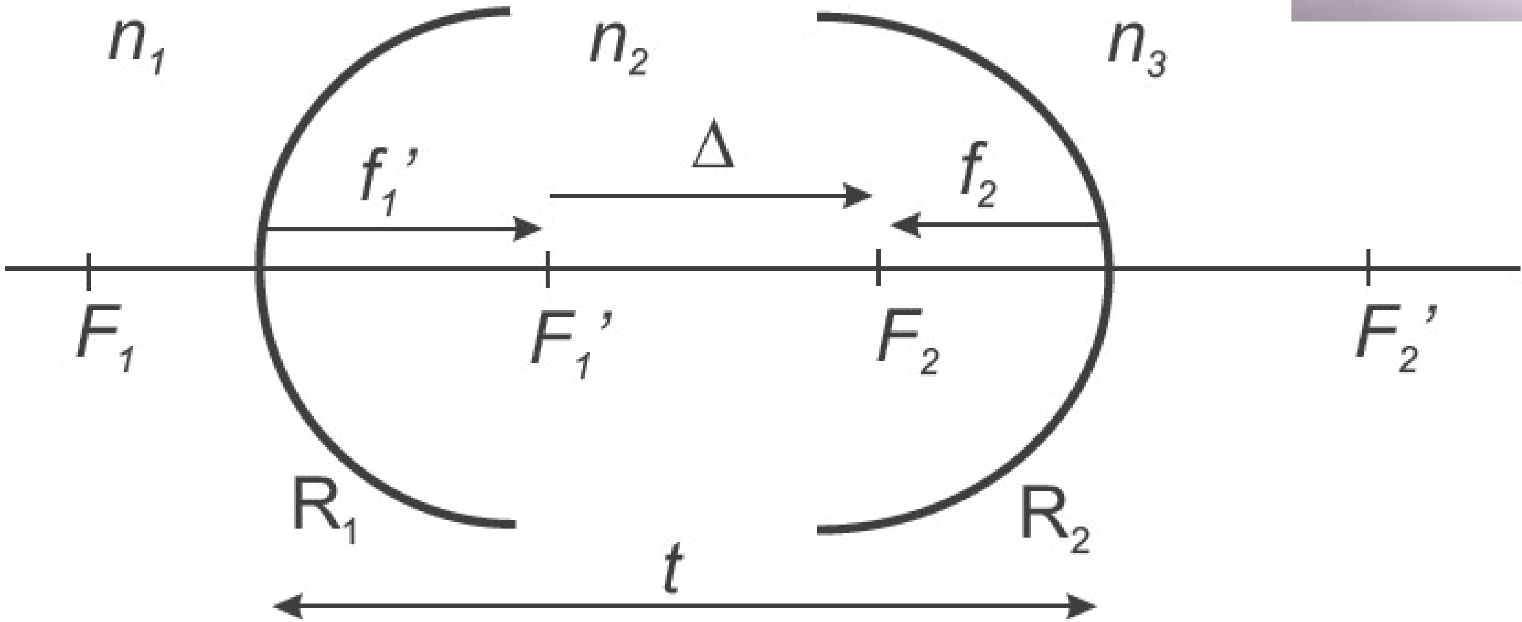
$$f' = Z'_{2F'} - Z'_{2H'}$$

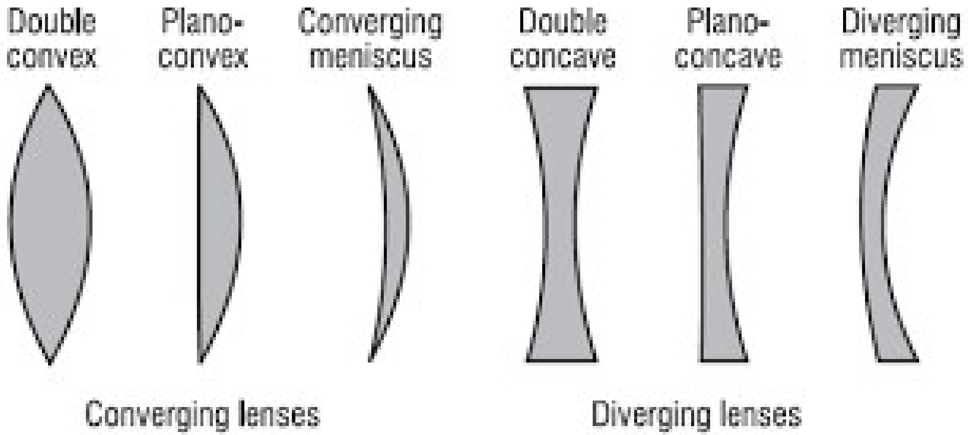
$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta},$$

$$f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$$

Optická čočka

Kombinace lámavých ploch





pro $n_1 = n_3 = 1$ Čočka ve vzduchu

$$f' = \frac{n_2 R_1 R_2}{(n_2 - 1)\left[(n_2 - 1)t + n_2 (R_2 - R_1)\right]}$$

$$f = -f' \, .$$

Tlustá čočka

$$\frac{1}{f'} = (n_2 - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Tenká čočka, t=0

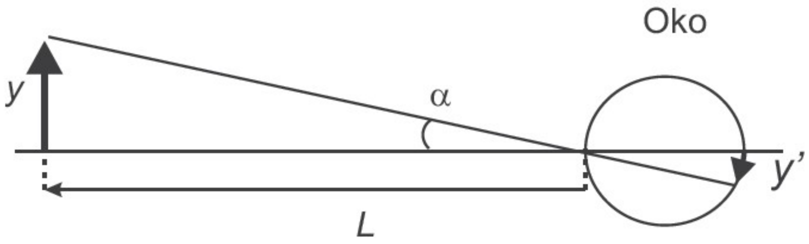
rovnice výrobců čoček

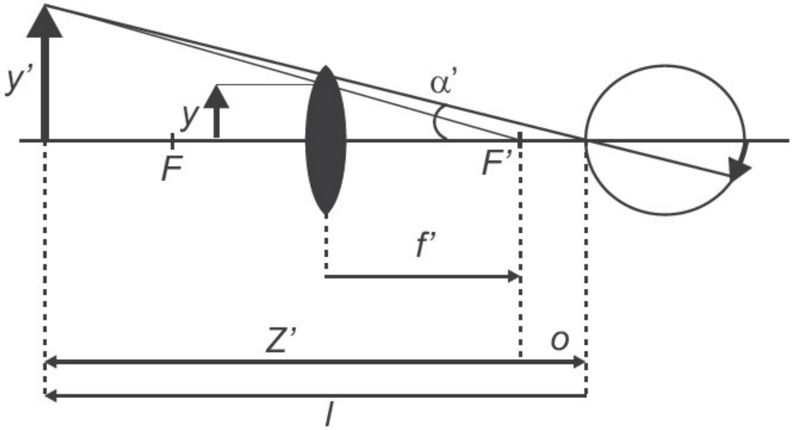
Pro n1=n3: $$\frac{1}{f'}=\frac{n_2-n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Optická mohutnost $$P=\frac{n_1}{f'}$$

dioptrie (1D = 1/m)

Lupa



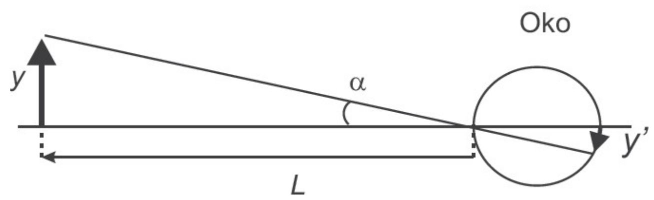


nou jedinou vypuklou čočkou nebo jejich dvojicí či trojicí. Pro optické zobrazovací přístroje používané k pozorování malých předmětů (lupa, mikroskop) je nejdůležitější vlastností zpravidla jejich zvětšení Γ, které se v tomto případě definuje jako podíl úhlu α', pod nímž vidí pozorovatel obraz předmětu vytvořený přístrojem, k úhlu α, pod nímž vidí pozorovatel předmět v *konvenční zrakové vzdálenosti* 25 cm před okem,

$$\Gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} . \qquad (10.120)$$

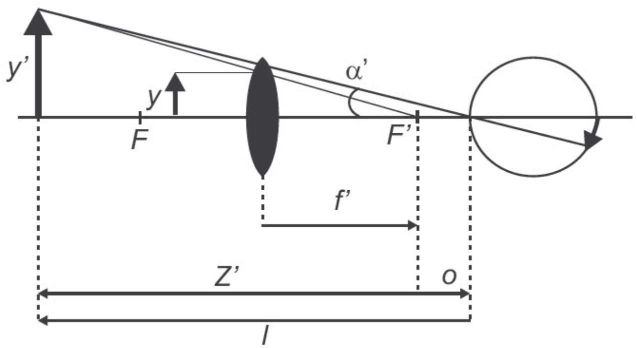
$$\alpha = -\frac{y}{L}$$

$$\Gamma = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{y'}{l}\frac{L}{y}$$



$$\alpha' = -\frac{y'}{l}$$

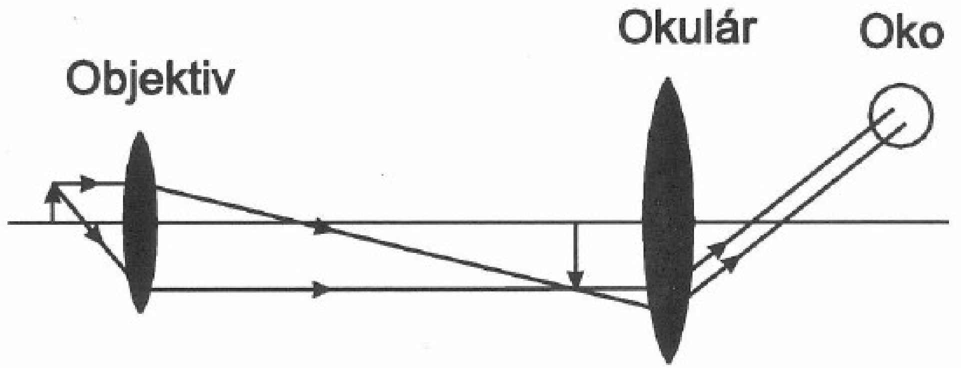
$$\Gamma = -\frac{L}{f'}\left(1 + \frac{o}{l}\right)$$

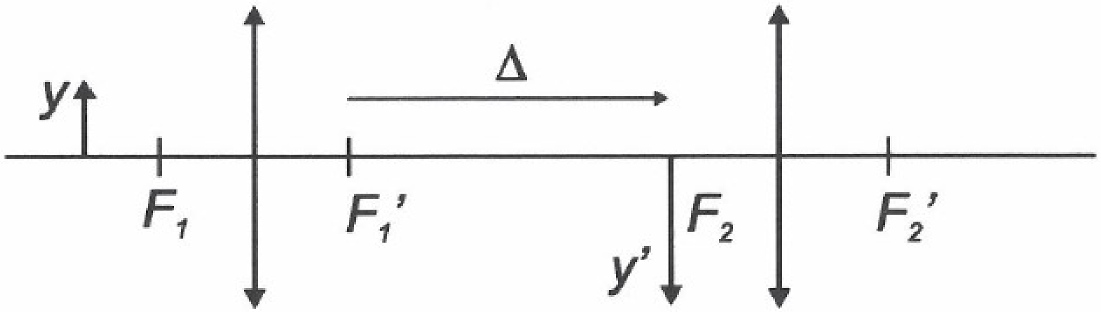


$$\Gamma_\infty = -\frac{L}{f'} = \frac{25\,\mathrm{cm}}{f'}$$

$$\Gamma_L = -\frac{L}{f'}\left(1 - \frac{f'}{L}\right) = -\frac{L}{f'} + 1 = \Gamma_\infty + 1$$

Mikroskop





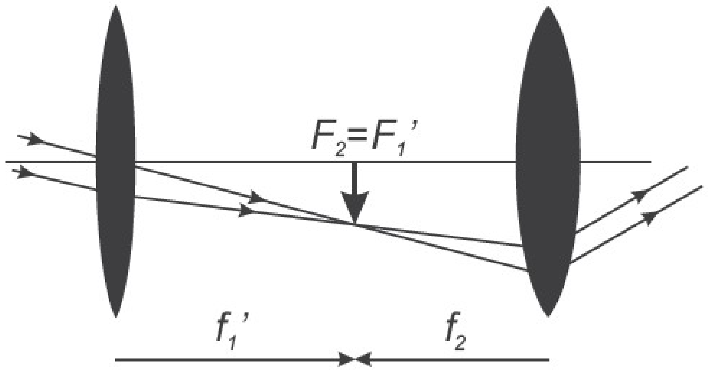
$$\Gamma = \frac{L}{f_2'}\frac{\Delta}{f_1'} = \frac{-25\,\mathrm{cm}}{f_2'}\frac{\Delta}{f_1'}$$

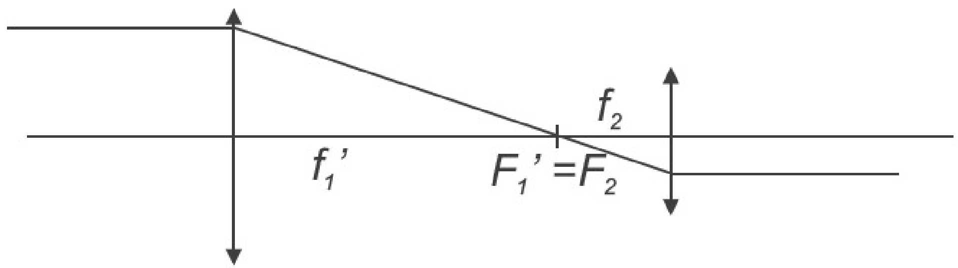
Rozlišení budeme diskutovat
V kapitole Fourierovská optika

Teleskop (dalekohled)

Teleskop je určen pro pozorování velmi vzdálených předmětů. Definici zvětšení (10.120) optického přístroje je v tomto případě nutné modifikovat, protože není možné vzdálené předměty pozorovat v konvenční zrakové vzdálenosti. Zvětšení dalekohledu se proto definuje jako podíl úhlu α', pod nímž pozorovatel vidí předmět v dalekohledu, k úhlu α, pod kterým vidí předmět bez dalekohledu. Je-li předmět ve vzdálenosti l od pozorovatele, je

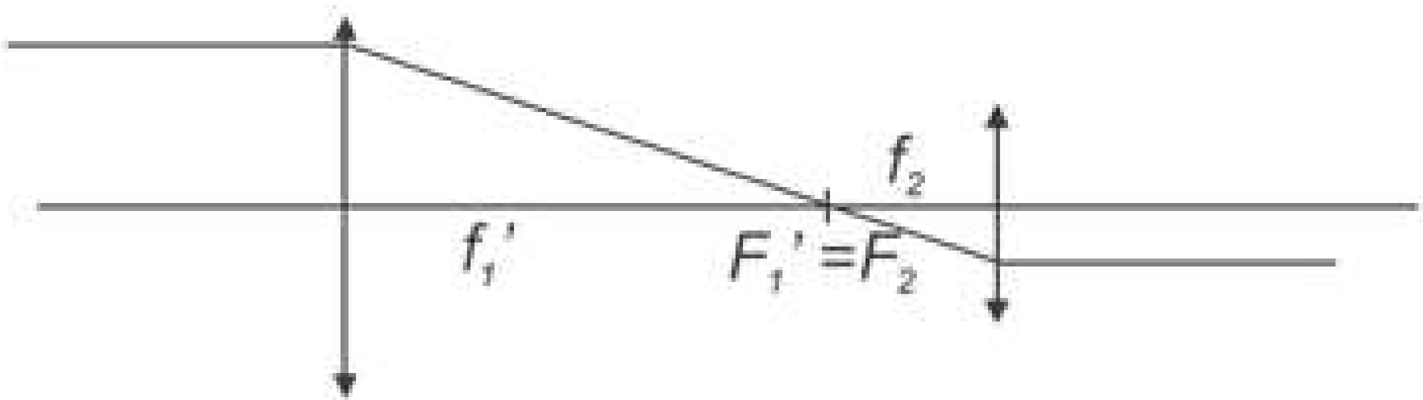
$$\alpha = -\frac{Y}{l}$$

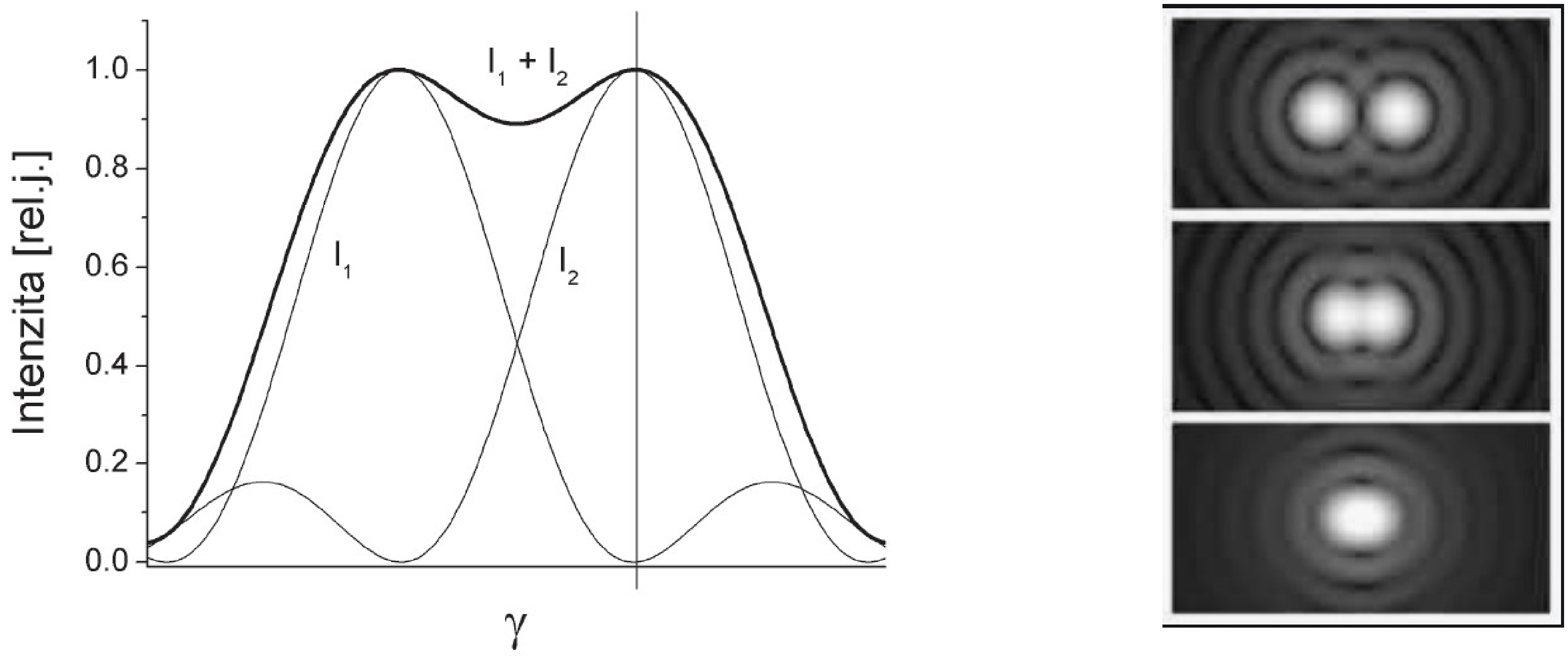




velmi vzdálený předmět $\qquad \Delta \to 0$

$$\Gamma = -\frac{f_1'}{f_2'}$$





Obr. 10.14 Rozlišení teleskopu. Zobrazují-li se dva svítící body 1 a 2, odpovídá jim v ohniskové rovině objektivu difrakční rozložení intenzit I_1 a I_2. Podle Rayleighova kritéria lze ještě rozlišit tak blízké dva body, pro které jsou difrakční obrazce posunuty tak, že maximum jednoho odpovídá prvnímu minimu druhého. $I_1 + I_2$ je výsledná intenzita světla

$$\Delta\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{D}$$